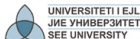


Grafiku i një funksioni

F. M. Berisha



Universiteti i Evropës Juglindore, Tetovë

Qëllimet dhe objektivat

- Kuptimi i nocionit të grafikut të një funksioni, skicimit të tij dhe zbatimit për të marrë informacion shtesë mbi funksionin.
- Grafiku i një funksioni kuadratik, skicimi i një parabole dhe zbatimi në optimizime funksionesh të biznesit.

Përmbajtja

- 1 Grafiku i një funksioni
- 2 Grafiku i një funksioni kuadratik

Grafiku i një funksioni

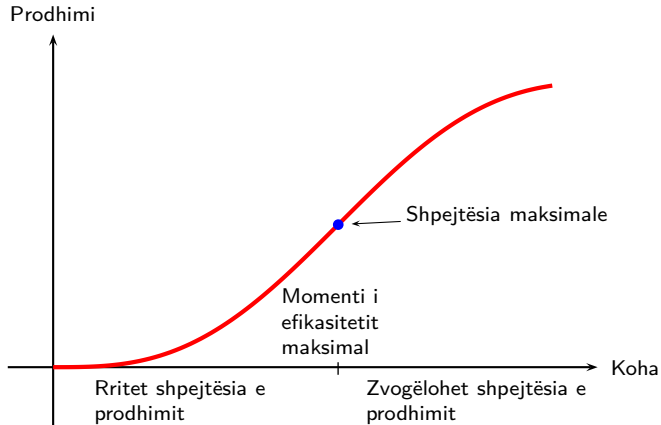


Figura: Rezultatet e punës të një punëtori.

Grafiku i një funksioni. (Vazhdim)

Grafiku i një funksioni

Grafiku i një funksioni f përbëhet nga të gjitha pikat (x, y) , ku x ndodhet në domenin e f dhe $y = f(x)$; d.m.th., nga të gjitha pikat $(x, f(x))$.

Skicimi i një grafiku

Skicimi i grafikut të një funksioni duke paraqitur grafikisht pika

- 1 Zgjedhim një bashkësi numrash x nga domeni i f dhe përpilojmë një tabelë vlerash të funksionit $y = f(x)$ për këta numra.
- 2 Paraqesim grafikisht pikat përkatëse (x, y) .
- 3 Lidhim pikat e paraqitura grafikisht me një lakore të lëmuar.

Shembull skicimi të një grafiku

Shembull

Paraqitni grafikisht funksionin $y = x^2$.

Zgjidhje.

Fillojmë me konstruktimin e tabelës

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$y = f(x)$	9	4	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9

Pastaj paraqesim grafikisht pikat (x, y)

dhe i lidhim me një lakore të lëmuar sikur në figurën vijuese.



Shembull skicimi të një grafiku. (Vazhdim)

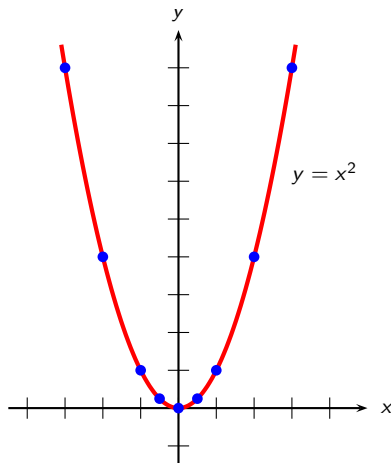


Figura: Grafiku i $y = x^2$.

x- dhe y-pikëprerjet e një grafiku

Gjetja e x- dhe y-pikëprerjeve

Për të gjetur y-pikëprerjet e $y = f(x)$ vëjmë $x = 0$ dhe zgjidhim sipas y ekuacionin e fituar.

Për të gjetur x-pikëprerjet e $y = f(x)$ vëjmë $y = 0$ dhe zgjidhim sipas x ekuacionin e fituar.

Shembull x - dhe y -pikëprerjesh

Shembull

Gjeni të gjitha x - dhe y -pikëprerjet dhe paraqitni grafikisht funksionin $y = -x^2 - x + 2$.

Zgjidhje...

y -pikëprerja është $f(0) = 2$.

Për të gjetur x -pikëprerjet zgjidhim ekuacionin

$$f(x) = 0;$$

d.m.th.,

$$-x^2 - x + 2 = 0.$$



Shembull x - dhe y -pikëprerjesh. (Vazhdim)

... Zgjidhje...

Rikujtojmë *formulën kuadratike*, sipas së cilës ekuacioni

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ka zgjidhje reale atëherë dhe vetëm atëherë kur $D = b^2 - 4ac \geq 0$,
me ç'rast zgjidhjet janë

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{dhe} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$



Shembull x- dhe y-pikëprerjesh. (Vazhdim)

... Zgjidhje...

Kështu, për ekuacionin tonë kemi $a = -1$, $b = -1$, $c = 2$, prandaj

$$x_1 = \frac{-(-1) + \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2}}{2 \cdot (-1)} = -2,$$

$$x_2 = \frac{-(-1) - \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2}}{2 \cdot (-1)} = 1.$$

Pra, x-pikëprerjet janë $(-2, 0)$ dhe $(1, 0)$.



Shembull x - dhe y -pikëprerjesh. (Vazhdim)

... Zgjidhje.

Tashti përpilojmë një tabelë vlerash dhe paraqesim grafikisht pikat përkatëse $(x, f(x))$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = f(x)$	-10	-4	0	2	2	0	-4	-10

Grafiku i f është paraqitur në figurën vijuese.



Shembull x- dhe y-pikëprerjesh. (Vazhdim)

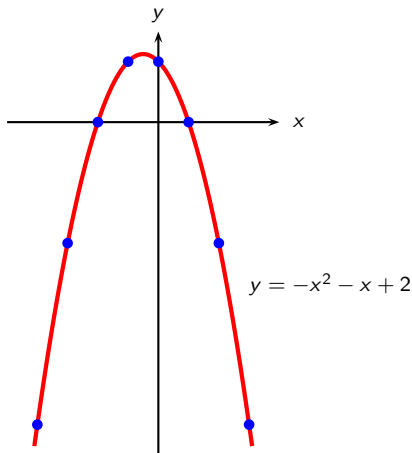


Figura: Grafiku i $y = -x^2 - x + 2$.

Grafiku i një funksioni kuadratik

Parabolë

Grafiku i një *funksioni kuadratik*

$$y = ax^2 + bx + c,$$

për $a \neq 0$, quhet *parabolë*.

► Shembulli 1.

► Shembulli 2.

Skicimi i një parabole

Mbani mend!

Për skicimin e një parabole $y = ax^2 + bx + c$, duhet t'i përcaktojmë vetëm tri veti kyçe:

- 1 Shtrirjen e kulmit, ku

$$x = -\frac{b}{2a};$$

- 2 A është parabola e hapur nga sipër ($a > 0$);
apo nga poshtë ($a < 0$)
- 3 x - dhe y -pikëprerjet.

► Shembulli 1.

► Shembulli 2.

Grafiku i parabolës $y = ax^2 + bx + c$

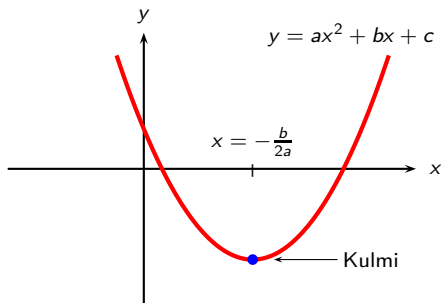


Figura: Në qoftë se $a > 0$, parabola është e hapur nga sipër

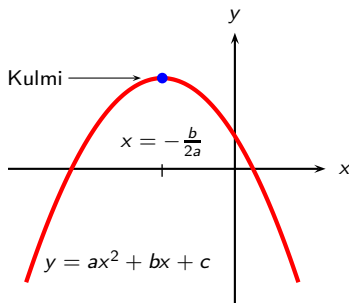


Figura: Në qoftë se $a < 0$, parabola është e hapur nga poshtë

Shembull zbatimi të një parabole

Shembull

Supozoni se $50 - x$ njësi të një malli do të shiten kur çmimi është x euro për njësi.

Gjeni nivelin e çmimit për të cilin do të arrihen të ardhura maksimale.

Zgjidhje.

Funksioni i të ardhurave totale të nxjerra nga shitja e x njësisë:

$$R(x) = (50 - x)x = -x^2 + 50x,$$

grafiku i të cilit është parabolë e hapur nga poshtë me kulm në

$$x = -\frac{50}{2 \cdot (-1)} = 25.$$

Pra, të ardhura totale maksimale arrihen për çmimin 25 € për njësi. \square

Shembull zbatimi të një parabole. (Vazhdim)

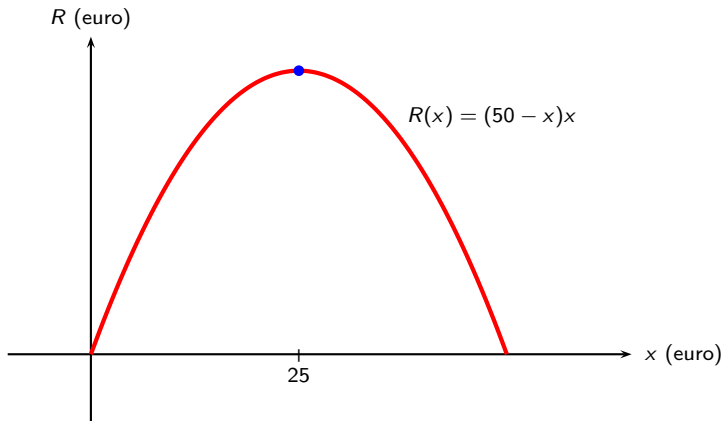


Figura: Grafiku i funksionit të të ardhurave totale.

Udhëzime për lexim të mëtejme

- <http://fberisha.netfirms.com>
- **Detyrë shtëpie:** Detyrat për ushtrime nga materiali mësimor.
- F. M. Berisha, M. Q. Berisha, *Matematikë – për biznes dhe ekonomiks*, fq. 113–122.
- L. D. Hofmann, G. L. Bradley, *Calculus – for business, economics and life sciences*, fq. 16–29.

Përfundim

- Nocioni i grafikut të një funksioni, skicimi dhe zbatime.
- Gjetja e x -pikëprerjeve dhe y -pikëprerjeve të një grafiku.
- Parabola, skicimi dhe zbatimi në optimizime funksionesh të biznesit.